10 класс 07.04.20

Алгебра и начала анализа

(1) Дано: стр 166 „Проверь себя"

$\cos\alpha = -\frac{4}{5}$,

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, II четверть: $\cos\alpha < 0$, $\sin\alpha > 0$, $tg\,\alpha < 0$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3}{5} : \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

$\cos 2\alpha = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}$

Ответ: $\frac{3}{5}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{7}{25}$.

(2)

1) $\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\sin\frac{8\pi}{3} = \sin\frac{8\cdot 180^\circ}{3} = \sin(8\cdot 60^\circ) = \sin 480^\circ =$

$= \sin(360^\circ + 120^\circ) = \sin(120^\circ) =$

$= \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3) $tg\,\frac{7\pi}{3} = tg\,420^\circ = tg(360^\circ + 60^\circ) = tg\,60^\circ = \sqrt{3}$

4) $\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8} = \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Доказать тождество:

1) $3\cos 2\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 2\cos 2\alpha$

Выписываем левую часть:

~~$3\cos^2 2$~~

$3\cos 2\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha =$

$= 3\cos 2\alpha - (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) =$

$= 3\cos 2\alpha - \cos 2\alpha = 2\cos 2\alpha;$

$2\cos 2\alpha = 2\cos 2\alpha$

Доказано.

2) $\dfrac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2\cos 4\alpha} = \sin\alpha.$

Выписываем левую часть:

$\dfrac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2\cos 4\alpha} = \dfrac{2\sin\alpha\cos 4\alpha}{2\cos 4\alpha} = \sin\alpha$

Преобразуем числитель по формуле:

$\sin\alpha - \sin\beta =$
$= 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\sin 5\alpha - \sin 3\alpha =$
$= 2\sin\frac{5\alpha-3\alpha}{2}\cos\frac{5\alpha+3\alpha}{2} =$
$= 2\sin\alpha\cos 4\alpha$

$\sin\alpha = \sin\alpha$

Доказано.

4. Упростить.

1) $\sin(\alpha-\beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta) =$

$= \sin(\alpha-\beta) + \cos\alpha\cdot\sin\beta =$

$\sin(-\beta) = -\sin\beta$

$= \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha + \cos\alpha\sin\beta =$
$= \sin\alpha\cos\beta$

$$\cos^2(\pi-\alpha) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = (-\cos\alpha)^2 - (\sin\alpha)^2 =$$

$\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha$

$$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha.$$

Ответ: $\cos 2\alpha$

3) $2\sin\alpha\, \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\beta + \cos(\alpha+\beta) =$

$= 2\sin\alpha\, \overset{\sin\beta}{\cancel{\cos\alpha}} + \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta =$

$= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta)$

Ответ: $\cos(\alpha-\beta)$